Colégio de São José

Isabel Valente Pires

ORIENTAÇÕES PARA O ENSINO E A APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA

Ensinar é VOAR

Agrupamento de Escolas de Oliveira do Hospital 2021



Índice

Introdução	4
Capítulo I. Grandes opções pedagógicas	6
Capítulo II. Clima da sala de aula da Matemática	10
Capítulo III. Número e sistema de numeração	13
Capítulo IV. Operações aritméticas	25
Capítulo V. Medição de grandezas	75
Referências Bibliográficas	82

INTRODUÇÃO

O ensino da matemática tem sido muito maltratado ao longo dos anos. Mais do que qualquer outro, ele tem vivido da execução de fichas, tornando a aprendizagem muito abstrata. Isto é especialmente grave na terceira infância que abrange o período entre os 6 anos e os 12, sensivelmente. Nesta idade, a criança encontra-se no período operatório concreto, de acordo como a classificação de Piaget. Durante o operatório concreto, o pensamento da criança é a "interpretação inteligente da ação executada". Tal significa que é absolutamente indispensável que a criança possa manipular objetos e interpretar o resultado dessas manipulações. Assim, as situações pedagogicamente mais adequadas para o ensino da matemática, nesta idade, são desafios que permitam atuar sobre eles e retirar conclusões. Estes desafios deveriam ser, idealmente, da vida real. Não sendo tal sempre possível, devem ser criados com o fim de permitir à criança imaginar situações reais. Por tal razão, o uso de manuais que induz uma aprendizagem muito abstrata desta disciplina, não é adequado a esta faixa etária. Isto não significa que a criança não possa resolver situações problemáticas e outros exercícios de papel e lápis. Significa apenas de que essa não é a forma mais adequada de construir conhecimento novo. Piaget define "operações concretas como ações interiorizadas, reversíveis e integradas numa estrutura". Tal significa que é possível construir conhecimento matemático nesta idade, mas que isso requer que a criança pratique ações e interiorize essas ações, ou seja, as torne mentais. Por tal razão, defendemos a não existência de manuais, o que não significa, como já foi referido, que o aluno não possa resolver por escrito problemas verbais e exercícios de diversos tipos, que lhe permitam, não só explorar situações matemáticos, mas também, e principalmente, consolidar conhecimentos.

No processo de aprendizagem do conhecimento matemático, podemos considerar 3 fases. A *primeira* é uma *fase de exploração* em que se pede a resolução de diversos desafios especialmente concebidos para a descoberta do conhecimento matemático pretendido. Esta fase pode conter a pesquisa, orientada ou livre, sobre situações semelhantes, o que permite encontrar um padrão comum — o conhecimento matemático pretendido. Na *segunda fase*, procuramos *sistematizar as descobertas* realizadas na fase anterior, estruturando o conhecimento pretendido. A *terceira* é uma fase de *consolidação* e *de domínio* do conhecimento recémadquirido, o que inclui a sua aplicação em situações diversas de outras áreas do conhecimento (conexões), bem como a prática de técnicas (algoritmos, ...).

Este texto não pretende cobrir o Programa do currículo do 1.º Ciclo do Ensino Básico, mas apenas deixar alguns apontamentos para aspetos fulcrais da aprendizagem da matemática nos primeiros anos de escolaridade.

CAPÍTULO I. OPÇÕES PEDAGÓGICAS

Alguns princípios fundamentam as nossas opções pedagógicas quanto ao ensino e aprendizagem da matemática. Neste capítulo iremos enunciar os mais importantes.

Princípio do socio-construtivismo

A teoria de Piaget, ao defender a capacidade de todo o ser humano construir o seu próprio conhecimento, inspirou o surgimento de uma corrente pedagógica que se designou por construtivismo.

Segundo Piaget "só se domina verdadeiramente o conhecimento que se constrói." E ainda "o educador que transmite a um educando um conhecimento que ele seria capaz de construir, nesse momento ou algum tempo depois, está a impedir que ele o venha a dominar completamente." Um outro psicólogo do início do século 20 teve uma grande influência na pedagogia. Defendeu e importância das interações entre indivíduos, com idades e níveis de conhecimento diferentes mas aproximados, na construção do conhecimento. Este psicólogo, Vygotsky, deu origem é uma corrente designada por interacionismo. Estas 2 correntes vieram a fundirse numa só, dando origem ao socio construtivismo.

O modelo pedagógico VOAR segue os princípios do socio-construtivismo, preocupando-se em criar situações pedagógicas que permitam que a própria criança construa o seu conhecimento em interação com as situações e com os seus companheiros, sob orientação do professor.

Aquisição de conceitos

Uma outra questão importante no ensino e aprendizagem da matemática reside na construção de conceitos. De uma forma geral, o ensino em

Portugal, e não só, atribui muito pouca importância à construção de conceitos. No entanto, esta é, verdadeiramente, a base de todo o edifício da matemática. É sobre conceitos que nós raciocinamos matematicamente. Por tal razão, ao longo de todo o Primeiro Ciclo, deve haver uma grande atenção a uma correta e segura construção dos conceitos matemáticos básicos. Estamos a falar nomeadamente do conceito de número natural e suas diversas extensões, dos conceitos de cada uma das operações aritméticas, do conceito de medição e de diversos conceitos no domínio da geometria e do tratamento de dados. É uma aprendizagem que demora tempo a ser realizada, pelo que só quando se considera que tal se atingiu se pode passar à fase da aprendizagem das técnicas, como seja, a construção de algoritmos de cálculo das operações aritméticas, a resolução de pequenas equações, etc.

Utilização de materiais

Por tudo o que ficou referido na introdução e este livro, o trabalho com materiais é essencial na aprendizagem da matemática, uma vez que como dissemos, a criança raciocina sobre a ação que executa. O recurso a situações do mundo real assume-se assim como a forma ideal de construir conhecimento novo. Como tal nem sempre é possível, a existência de uma grande quantidade de materiais na sala de aula é altamente facilitador da aprendizagem. Alguns poderão ser materiais de desperdício, tais como, tampinhas de frascos ou garrafas, palhinhas, pedaços de tubo plástico ou pequenos paus, pedrinhas, folhas de papel de desperdício, etc.. Outros podem ser estruturados: sólidos geométricos, unidades de medida, material de representação do sistema de numeração, como o MAB e o ábaco.

Visão estratégica na elaboração de cadeias de aprendizagem

As aprendizagens matemáticas estão todas encadeadas. Um qualquer conhecimento matemático constrói-se sobre conhecimentos anteriores. Por tal razão, ao planificarmos o ensino, precisamos de ter uma visão estratégica a curto, médio e longo prazo.

Vejamos um exemplo. Para aprenderem a *resolver equações,* no sétimo ano de escolaridade, de forma construtivista, é necessário dominar alguns conceitos essenciais. Um deles é a noção de *variável*, que se pode trabalhar ao longo do 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico através de problemas de resposta aberta ou do trabalho com sequências.

Um outro é a *igualdade entre expressões* numéricas ou algébricas. É representada, em linguagem simbólica matemática, por um sinal "=" que se designa por "sinal de igual". Mas a igualdade refere-se não às expressões propriamente ditas (significantes), mas sim à quantidade por elas representadas (significados). Isto implica que podemos alterar as expressões numéricas, mas, se os seus significados, ou seja, as quantidades por elas representadas, se mantiverem iguais, a igualdade entre essas expressões mantém-se. Vejamos um exemplo realizado por um aluno do 4.º ano¹:

¹ A maioria dos trabalhos reproduzidos neste texto são de alunos do Colégio de S. José, de Coimbra.

2. Estas duas expressões numéricas estão ligadas por um sinal de "=":

6 x 6 - 4 = 3 x 7 + 11

Achas que o sinal de "=" está correto? Sabes explicar porquê?

1) Lind de "=" orto correto from to 6 x 6 do 3 6 2 36-4 do 32. Enta contra de "=" or do 32 to 1 2 21 t 11 do 32 como o como de ciona.

Se agora somarmos 10 à primeira dessas expressões, o que devemos fazer para que o sinal de "=" continue correto?

6 x 6 - 4 + 10 = 3 x 7 + 11 + 10

Assim, é indispensável que em cada ano, ou nível de ensino, se preparem os níveis de ensino subsequentes.

CAPÍTULO II. CLIMA DA SALA DE AULA DA MATEMÁTICA

A resolução de problemas constitui sempre o núcleo de todo o processo de ensino-aprendizagem, na tripla perspetiva de via de "construção dos conhecimentos matemáticos", "forma de aplicar esses mesmos conhecimentos" e "objeto de aprendizagem em si mesma". Ao longo dos quatro anos as crianças resolvem diariamente situações problemáticas, quer se trate de problemas numéricos ou não numéricos, propostos pelo professor, criados pelas crianças, apresentados em forma de jogos ou de outras atividades. Isto não significa, conforme o já referido, que todo o trabalho no âmbito da Matemática tenha que ser desenvolvido por esta via. Pensamos, no entanto, que ela favorece em grande medida, a aquisição do gosto pela matemática por parte das crianças.

Cada situação é apresentada duas vezes, no mínimo, de forma a possibilitar uma primeira apreciação global seguida de outra analítica. Quando se trata de um problema mais complexo, é promovido o debate em pequenos grupos. As situações mais simples são resolvidas individualmente, tendo as crianças a liberdade de as discutirem com outras, de irem buscar material, consultar, medir, etc.

Enquanto as crianças trabalham, o professor preocupa-se em detetar se alguma se encontra em dificuldades e intervêm junto dela colocando perguntas pertinentes ao desenrolar do raciocínio ou fazendo sugestões que a ajudam a ultrapassar o impasse. Uma criança que, repetidas vezes não consegue resolver os problemas, perde a confiança em si mesma e desiste de raciocinar.

Quando todos os alunos, ou grupos de alunos, tiverem encontrado o esquema de raciocínio de resolução do problema, o professor convida representantes das diferentes estratégias construídas, a irem ao quadro expô-las, cuidando de que, ao longo dos diversos momentos, todas as crianças tenham oportunidade de o fazer.

As diferentes propostas são então discutidas. Aliás, os processos constituem invariavelmente, o centro do debate, enquanto que a solução do problema é encarada apenas como o resultado natural de um processo correto.

A forma de expressão é igualmente alvo de discussão, nomeadamente a nível do aperfeiçoamento da linguagem matemática escrita e oral.

No primeiro ano de escolaridade há preocupação em estimular as crianças no sentido de resolverem um mesmo problema de várias maneiras. Isto é feito com um triplo objetivo:

- a) desenvolver a criatividade na resolução de problemas;
- b) dar uma maior segurança, um maior domínio da resolução de problemas;
- c) desenvolver práticas autocorretivas.

Nenhuma das estratégias encontradas deve ser valorizada relativamente às outras, nomeadamente no momento de apresentação e discussão conjunta dos diversos processos surgidos aquando da resolução de uma situação problemática.

Nos anos subsequentes essa preocupação vai sendo gradualmente substituída por uma outra: estimular as crianças na crítica e defesa dos diversos caminhos encontrados, desenvolvendo em cada uma, não só a capacidade para escolher o melhor entre vários e para o defender, como ainda para criticar, argumentando, as estratégias dos seus companheiros.

Por vezes os problemas são inventados pelos próprios alunos. De uma forma especial é-lhes pedido que criem situações de adição, ou de subtração, ou que envolvam simultaneamente os dois raciocínios, com o objetivo de tornar mais consciente e operacional o conceito de cada operação.

Durante os primeiros anos, os problemas são resolvidos com recurso ao cálculo mental, uma vez que os algoritmos das operações devem aparecer mais tarde.

Não é aconselhável algoritmizar a forma de resolver problemas, porque isso não beneficia, de forma nenhuma, o desenvolvimento do raciocínio das crianças.

Pelo contrário, cada uma deve encontrar o seu processo próprio para resolver determinado problema e o confronto entre os diversos caminhos encontrados é extremamente rico para as crianças.

CAPÍTULO III. NÚMERO E SISTEMA DE NUMERAÇÃO

PRIMEIROS NÚMEROS

Os primeiros passos para a aprendizagem do sistema de numeração podem dar-se logo que a criança adquira a noção de número.

Uma criança do primeiro ano de escolaridade primária pode começar a trabalhar com os primeiros números, um dois, três, quatro e cinco (pelo menos), porque, em princípio tem já capacidade intelectual para os conhecer. Ela adquire esta capacidade, normalmente, no Jardim de Infância e/ou através da sua experiência extraescolar. Na escola, a criança vai aprender a representá-los através de numerais. Deve também ser estimulada a que conte muito, para avançar no seu conhecimento da série numérica. Podem contar tudo o que vêm na sala de aula, na escola, na rua, em suas casas, conforme até onde cada um é capaz de contar, e representar o que contam, desenhando os objetos contados e o correspondente número.

Este trabalho com os primeiros números deve ser desafiante e entusiasmante para as crianças pelo que não têm de ir todas ao mesmo ritmo, mas cada uma avançar de acordo com as suas capacidades. Não se quer com isto dizer que esse estudo não deva ser feito com cuidado, até para detetar as crianças que, nesse domínio, têm dificuldades. Pretende-se apenas chamar a atenção para o facto de se desmotivar as crianças que aprendem os números com tanta facilidade, demorando meses com um estudo deste tipo.

Para que o professor possibilite à criança a tarefa de construção das estruturas básicas do sistema de numeração decimal indo-árabe, de modo a tornar-se capaz de, nesse sistema, contar, representar números, ler números e operar, sugere-se uma metodologia que:

- 1. Partindo de um conhecimento intuitivo da representação dos primeiros números...
- 2. ... possibilite a redescoberta do sistema de numeração indo-árabe escrito:
- através da contagem por agrupamentos;
- e da representação **numérica escrita** desses agrupamentos por meio de um sistema de posição.
- 3. Através de uma cuidadosa informação que permita à criança a aquisição e correta utilização do nosso sistema de **numeração oral**.

As sugestões de atividades que se seguem, e as que serão sugeridas oportunamente, relacionam-se com o que ficou exposto. A escrita e leitura intuitiva dos primeiros numerais trabalha-se durante o 1.º ano de escolaridade, tal como a redescoberta do sistema de numeração indoárabe escrito. No entanto, o trabalho com o sistema de numeração deve prolongar-se por todo o 2.º e mesmo 3.º anos.

A aquisição do sistema de numeração oral em termos de aprendizagem escolar começa no 1.º ano e prolonga-se por todo o 1.º Ciclo.

A ESTRUTURA DO SISTEMA DE NUMERAÇÃO

O primeiro trabalho com a representação dos números permite à criança criar um "modelo implícito" do nosso sistema de numeração. Ela sabe que

a seguir ao 49 vem o 50, ...mas talvez não seja capaz de explicar que 32 são 3 agrupamentos de 10 unidades mais 2 unidades.

É necessário que esta estrutura se torne clara para ela, que construa o "modelo explícito". E, enquanto isto não acontecer, não o poderá utilizar com eficácia, fazendo cálculos mentais, encontrando algoritmos para calcular o resultado das operações, percebendo os números decimais, etc.

Porque este assunto não é simples para a criança, é importante que ela tenha a oportunidade de fazer experiências diversas nas quais, para resolver determinadas situações, encontra necessariamente essa estrutura como solução.

Aqui se dão algumas sugestões de trabalho possíveis.

Trata-se de jogos e atividades diversas a realizar com materiaias. Podemos utilizar material estruturado ou improvisado. Como material estruturado propomos o M.A.B. (Multibasic Arithmetic Blocks).

É constituído por vários conjuntos de peças, correspondentes a várias bases. Cada conjunto é composto por unidades, barras, placas e blocos. Assim:

- cada "unidade" M.A.B.(1cm³) pode representar uma unidade de ordem zero (unidade);
- cada "barra", uma unidade de ordem um (dezena);
- cada "placa", uma unidade de segunda ordem (centena);
- cada "bloco" (1dm³), uma unidade de terceira ordem (milhar).

Aqui fica uma sugestão para as quantidades de cada peça que um conjunto de MAB deve possuir: 1000 unidades, 100 barras, 25 placas e 1 bloco. Os conjuntos existentes no mercado que possuem apenas 100 unidades, 10

barras, 10 placas e 1 bloco não são adequadas porque permitem muito poucas trocas nos jogos e não contemplam o transporte ou as decomposições nos algoritmos das operações aritméticas.

Outro tipo de material estruturado é o ábaco, de que já falámos nos capítulos anteriores. Faz-se muito facilmente espetando arames em tábuas e utilizando porcas ou quaisquer rodelas com um furo no centro, para enfiar nos arames. Dos que existem no mercado, deve ser acautelado que em cada arame se possa enfiar 20 argolas para possibilitar o transporte e a decomposição/troca quando se trabalham os algoritmos de cálculo das operações aritméticas.

Como material improvisado sugerimos palhinhas pequenas, ou pedacinhos de tubo plástico, do que se usa para revestir o arame dos cabides, ou paus de gelado ou de chupa-chupas, etc. e elásticos de escritório, de um tamanho pequeno. A partir deste momento designamos por "paus" quer paus de gelado, quer as palhinhas, quer os tubinhos de plástico.

JOGOS

1. JOGO DA LOJA

Só pode jogar-se com M.A.B.

Constituem-se vários grupos de 6 ou 8 crianças e cada um deles joga com material de uma determinada base.

Em cada grupo, uma das crianças faz de dono da loja e distribui a todas as outras crianças a mesma quantidade de peças de madeira, ficando ainda com algumas. Com as peças distribuídas, as crianças vão fazer construções, livremente, segundo a sua imaginação. Se desejarem outras de tipo diferente, por exemplo, mais placas ou mais barras do que as que têm,

podem adquiri-las na loja por troca de igual quantidade de madeira ou de plástico, conforme o material que forem feitas as peças. É esta a regra fundamental do jogo.

O objetivo deste exercício é levar as crianças a estabelecerem equivalências entre peças de diversos tipos, o que as irá ajudar a constituir as equivalências entre unidades de diversas ordens do sistema de numeração indo-árabe. Assim, começam a perceber que 10 unidades equivalem a 1 barra, 10 barras a uma placa, 100 unidades também a uma placa, etc.

Deve, portanto, distribuir-se a cada criança um número de peças que possibilitem esse tipo de trocas. Sugere-se uma mão cheia de unidades, 12 ou mais barras e 6 placas. O número de placas não permite obter um bloco, porque os conjuntos de MAB não têm placas suficientes. Assim, para obter um bloco será necessário que as crianças colaborem entre si.

Os blocos, peças maiores, não são distribuídos no começo do jogo, permanecendo na loja até que sejam adquiridos por troca. Mas são geralmente muito cobiçados.

2. JOGO DO BANQUEIRO

Joga-se com M.A.B. ou com material improvisado (palhinhas, paus, etc.) e um ou dois dados. Podemos observar a utilização de palhinhas na imagem que se segue



Desenvolvimento do jogo: Divide-se a classe em grupos e em cada grupo uma das crianças faz de banqueiro.

Cada criança lança o dado e pede ao banqueiro uma unidade M.A.B. ou um pau por cada ponto saído. Quando tiver 10 paus, deve agrupá-los com um elástico. Se estiver a jogar com M.A.B. quando tiver dez unidades troca por uma barra.

Quando saírem seis pontos, possibilidade máxima do dado, além dos 6 palhinhas ou 6 unidades M.A.B. correspondentes, ganha de prémio um grupo de 10 (ou uma barra MAB). Se estão a jogar com paus, o dono da loja deve ter esses agrupamentos já preparados. No final do jogo, anotam numa grelha o número de peças conseguidos e comparam as grelhas para verificar quem ganhou.

O jogo deve complicar-se sucessivamente utilizando dois dados normais e aumentando o número de jogadas de modo a surgirem agrupamentos de várias ordens.

Quando as crianças já trabalharem com facilidade com 2 dados normais, devem começar a trabalhar com outros dados que possibilitem atingir as centenas e depois os milhares, como este dado em forma de dodecaedro



ou este em forma de icosaedro



Ou estes dois que se podem utilizar em conjunto



Tem também interesse usar, por vezes, ábacos em vez de grelhas, para representar os ganhos de cada um.

Quando for julgado conveniente, as crianças devem deixar de efetuar esses jogos para passar a executar exercícios de escrita de numerais.

No entanto não se deve ter pressa em abandonar o material concreto porque, quanto mais tempo tiverem dedicado aos jogos de agrupamento e equivalência (trocas), quantas mais vezes tiverem tido oportunidade de efetuar equivalências entre unidades de determinada ordem e unidades de

ordem imediatamente acima ou abaixo, mais claramente entenderão o nosso sistema de numeração.

3. JOGO DE ADIVINHAS COM NUMERAIS

Divide-se a turma em grupos de quatro crianças e cada grupo em duas equipas de duas crianças cada.

Uma das equipas escreve um número numa grelha, e envia-a à outra equipa.

A segunda equipa envia à primeira a quantidade de unidade M.A.B. ou de paus de acordo com o número representado na grelha, conforme o material utilizado pelas crianças. Também aqui, o uso do ábaco é bastante importante para que as crianças se familiarizem com esse material.

4. JOGO CADA MACACO EM SEU GALHO

É jogado entre duas crianças.

Material utilizado: 1 dado e 2 ábacos (ou, em alternativa, papéis com grelhas desenhadas).

С	D	U

Desenvolvimento do jogo: cada jogador lança o dado uma vez e coloca o número que lhe sai numa das casas do ábaco (ou da grelha) à sua escolha. Uma vez preenchida uma casa do ábaco, não se pode colocar mais nenhuma argola.

Repetem o processo tantas vezes quantas as necessárias para preencherem todas as casas.

É interessante observar a tática seguida pelos jogadores mais expeditos: se na primeira jogada lhes sai um número pequeno, colocam-no na casa das unidades, se lhes sai um número grande, colocam-no nas centenas. Se preencherem a casa das centenas na jogada seguinte procedem de igual modo, ocupando a casa das unidades, se lhes sair um número e a casa das dezenas, se lhes sair um número grande. Estes jogadores revelam um bom conhecimento do valor de posição no nosso sistema de numeração, pelo menos de uma forma implícita.

5. JOGO DOS AMIGOS DO 10

Colocar os triângulos de forma a que a soma dos os lados que se encostam

EXERCÍCIOS

Outros exercícios que servem este objetivo são, por exemplo:

- Com três algarismos 2, 5, 8 constrói o número mais pequeno possível.
- Usando apenas duas argolas, representa no ábaco o maior número possível. A resposta neste caso será colocar as duas argolas na ordem dos milhares.
- E porque tem grande interesse compreender o papel do operador "x10" num sistema de numeração de posição decimal devem fazerse exercícios que realcem esse papel.

Para isso é necessário esperar que as crianças compreendam a multiplicação e a divisão.

Exemplos de Exercícios Orais

М	С	D	U
			3

Se multiplicarmos 3 unidades por 10 quanto obteremos?

М	С	D	U
		3	0

E se multiplicarmos de novo por 10?

М	С	D	U
	3	0	0

E de novo ainda?

М	С	D	U
3	0	0	0

Se dividirmos agora por 10?

М	С	D	U
	3	0	0

E de novo ainda?

М	С	D	U
		3	0

Exercícios Escritos

Faz passar os números pela máquina do "x10".
 Passa depois os números que encontrares pela máquina do ":10".

Tem também muito interesse a decomposição decimal dos números
 671 = 600 + 70 + 1

É a mais importante das decomposições aditivas por pôr em evidência as diversas ordens, sendo por essa razão a mais utilizada no cálculo mental e nos algoritmos habituais das operações aritméticas.

A NUMERAÇÃO ORAL

DICIONÁRIO DE NÚMEROS

É necessário que a criança aprenda a ler com facilidade os números escritos e a escrever corretamente os números falados.

Mas o processo usualmente utilizado, obrigando-a a ler e escrever grandes quantidades de números, não é muito motivador. Existem outras formas de fazer esta aprendizagem, por exemplo, construindo um dicionário de números.

Pode iniciar-se depois da aprendizagem do sistema de numeração.

Ele deve funcionar como um verdadeiro dicionário, onde as crianças vão procurar o nome dos números de que não se lembram ou a sua ortografia.

Constrói-se por fases.

Numa primeira fase aparecem as dez primeiras folhas do dicionário. Começam por numerá-las de 0 a 9. Na folha 0 escrevem os numerais de um só algarismo no sistema indo-árabe seguindo do seu nome, cada um em sua linha.

Na folha 1 anotam os numerais começados por 1 (de 10 a 19). Na folha 2 os numerais começados por 2 (de 20 a 29). E assim sucessivamente.

Quando ultrapassarem o cem percebem que não é necessário continuar a escrever os nomes todos, porque cada um desses números se lê fazendo preceder a palavra "cento" um número de um ou dois algarismos.

Exemplo:

102 – Cento e dois

143 – Cento e quarenta e três

190 – Cento e noventa

Basta, portanto, inscrever os números entre 100 e 109 e depois o nome das centenas

100 – Cem (cento)

200 – Duzentos

300 - Trezentos

Etc...

Mais tarde devem ainda anotar a função da palavra "mil" para numerais com mais de três algarismos e da palavra "milhão" para numerais com mais de seis, etc.

CAPÍTULO III. OPERAÇÕES ARITMÉTICAS

ORIENTAÇÕES METODOLÓGICAS

Uma operação binária não é uma "conta", mas um processo mental que faz

corresponder a um par ordenado de números um outro número, que é o

seu resultado. A conta é apenas umas das formas, aliás muito prática e

eficaz, de calcular esse resultado.

Quando a criança é capaz de realizar as operações lógicas que lhe permitem

entender o número, ela está apta, também a trabalhar sobre as operações

aritméticas.

Pode dizer-se que, a nível do 1.º Ciclo, o estudo de cada operação se

processa em três etapas.

1.ª Etapa

Compreensão do conceito da operação.

2.ª Etapa

Desenvolvimento do raciocínio operatório;

Desenvolvimento do cálculo mental;

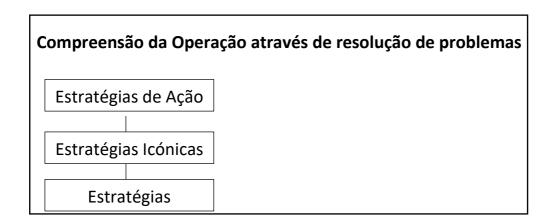
Estudo de algumas propriedades das operações.

3.ª Etapa

Construção do algoritmo (conta)

26

1.ª Etapa



2.ª Etapa

Desenvolvi-	Desenvolvi-	Estudo das	
mento	mento	Propriedades	
do Raciocínio	do Cálculo	das Operações	
do Raciocínio	do Cálculo Mental	das Operações	

3.ª Etapa

Construção do Algoritmo

Indicámos, para cada etapa, apenas os conteúdos predominantes. Queremos com isto dizer que, por exemplo, na segunda fase, para além do raciocínio, cálculo mental e propriedades das operações, se continua a desenvolver a compreensão do conceito da operação e que, na primeira já se faz, obviamente, o raciocínio dessa operação e algum cálculo mental.

Nesta idade, considerámos como conceito de uma operação a classe das situações concretas na resolução das quais se aplica essa operação.

Uma criança terá assim compreendido o conceito da adição, por exemplo, quando souber distinguir, entre várias situações problemáticas, as que se resolvem através dessa operação.

Vejamos então o que se passa em cada etapa.

1.ª Etapa

A construção do conceito da operação é a primeira e mais importante etapa de todo o estudo da operação. Realiza-se através da resolução de problemas.

A compreensão do conceito de uma operação é a mais importante aquisição a fazer pelas crianças em todo o estudo dessa operação. Ela é o pressuposto de tudo o que se lhe segue, que se processará com uma facilidade tanto maior, quanto mais sólida for esta compreensão.

Note-se que uma criança pode aprender a fazer mecanicamente um determinado tipo de conta, sem ter compreendido o conceito da operação, o que só irá prejudicar a sua capacidade de raciocínio.

Para perceber melhor como isso acontece, reportemo-nos ao que ficou dito na Introdução, nomeadamente sobre o raciocínio próprio das crianças com idades compreendidas entre os 6/7 anos e os 11/12 anos (o raciocínio deste estádio é a interpretação inteligente daquilo que se executa) e ainda o que se disse sobre operações concretas (ações interiorizadas e tornadas reversíveis). Isto significa que, para a criança, é indispensável partir da ação

(manuseamento de objetos), e que, a seu tempo (que é próprio de cada

uma), essa ação se torna apenas mental. As várias formas de procedimento

da criança, ao procurar resolver situações problemáticas que lhe são

propostas, chamaremos estratégias.

Assim:

- A criança começa por resolver problemas agindo sobre objetos - Estratégia

de ação.

- Seguidamente, passa a fazer esquemas como suporte do seu raciocínio. É

ainda uma forma de manuseamento, embora através de esquema

desenhado. Podemos chamar-lhe Estratégia Icónica.

- Finalmente, passa a efetuar mentalmente o seu raciocínio e a apresentá-

lo através dos símbolos matemáticos. Podemos dizer que utiliza já uma

Estratégia Simbólica.

Exemplo:

Eu tinha uma caixa com 12 pastilhas.

Comi 6 e dei 2. Com quantas fiquei? Ela pode indicar o seu raciocínio assim

6 + 2 = 8

12 - 8 = 4

ou assim

12 - 6 = 6

6 - 2 = 4

ou...

e concluir...

29

Vejamos com mais pormenor, como tudo isto se passa:

A. Utilização da estratégia de ação

Pode começar-se por propor aos nossos pequenos alunos que resolvam problemas muito simples, colocando à sua disposição material para manusear.

Nesta primeira fase não se lhes deve pedir para registarem seja o que for. Interessa antes estimulá-las a que verbalizem o que fazem. Isso vai ajudá-las a consciencializar a ação e a interpretá-la inteligentemente e até a deixar de precisar de objetos para a concretizar, indicando apenas por gestos essa ação, ao mesmo tempo que a verbalizam. É também importante que, nesta fase de manuseamento, executem a ação inversa e verifiquem que isso anula o processo. Esse procedimento vai ajudá-las a adquirir um pensamento operatório reversível.

Verifica-se muitas vezes que algumas crianças resolvem, por cálculo mental, problemas que envolvem uma operação, não precisando, mesmo nesta primeira fase, de manusear. Não devem ser obrigadas a fazê-lo e devem, portanto, passar à fase seguinte. Isto não quer dizer que tenham compreendido o conceito dessa operação sem necessitar de agir sobre o concreto, mas apenas que já o fizeram suficientemente, através da sua experiência extraescolar.

Pelo contrário, há crianças que precisam de ficar durante bastante tempo agindo sobre o concreto. Por vezes não querem fazê-lo porque veem que outros já o não fazem, mas erram e terá de ser o próprio professor a estimulá-las a manusear, em vez de lhes dizer que erraram.

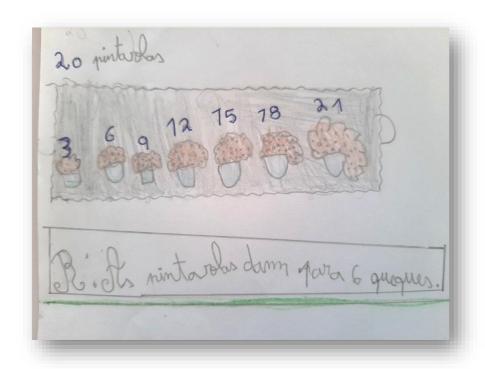
B. Utilização da estratégia icónica

As estratégias icónicas têm-se revelado de importância fundamental na construção dos conceitos das operações e ainda na utilização e desenvolvimento do raciocínio operatório, na medida em que, fornecendo um bom suporte ao pensamento da criança lhe possibilita construir e utilizar com segurança estratégias simbólicas. Por tal razão elas devem ser usadas com regularidade durante todo o 1.º Ciclo e ainda nos subsequentes níveis de ensino.

Nesta fase, pede-se aos vossos alunos para representarem de algum modo, no papel, a forma como pensaram para resolver um problema. Recorrem então ao desenho, quer servindo-se dos esquemas da teoria dos conjuntos, já trabalhados na aula (esquemas de reunião de conjuntos disjuntos para o caso da adição), quer a esquemas menos elaborados. De início, esses desenhos são muito ricos em pormenor. Mas, à medida que a criança vai percebendo que eles são apenas suportes do seu raciocínio, vão-se tomando mais abstratos, até tomarem a forma de "bolas", riscos ou pontos.

Exemplo 1: A Ana esteve a fazer queques com a Avó. Tinham um pacotinho com 20 pintarolas e resolveram enfeitar alguns, colocando 3 pintarolas por cima de cada um.

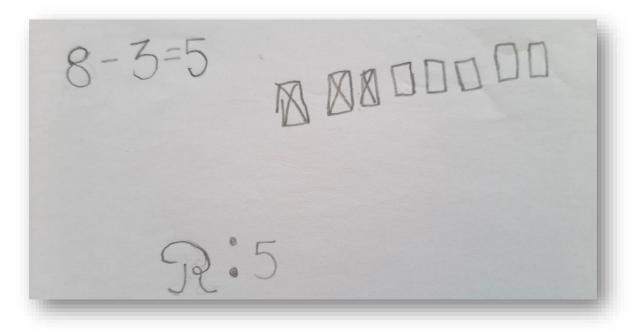
Para quantos queques chegaram as pintarolas?



Esta criança utilizou uma linguagem icónica muito realista e pormenorizada.

Exemplo 2: Estavam 8 meninos a jogar às escondidas no recreio. 3 desistiram.

Quantos meninos ficaram a jogar às escondidas?



Neste caso, a linguagem icónica é já bastante abstrata.

Por essa razão, as fichas que propõem situações problemáticas através de desenhos, não são as mais recomendadas do ponto de vista pedagógico. Deixemos os nossos alunos escolherem a sua forma própria de se expressarem e de raciocinarem.

C. Utilização da estratégia simbólica

A terceira fase será a da representação simbólica utilizando a linguagem matemática. Pede-se à criança que expresse o seu raciocínio através da indicação das operações utilizadas, de diagramas matemáticos, ou de outras formas de linguagem simbólica própria desta ciência.

Outro exemplo: Fui comprar 6 caixas de fósforos. Cada uma custou 4€.
Quanto paguei?



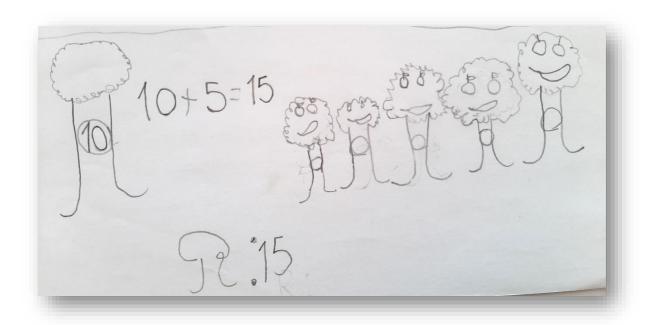
Normalmente, na passagem de uma fase a outra, há um período de tempo em que utilizam simultaneamente dois tipos de estratégias. Assim, há crianças que são capazes de fazer esquemas, mas que ainda têm necessidade de manusear objetos.

Do mesmo modo, quando começam a expressar os seus raciocínios utilizando a linguagem matemática, mantêm ainda a utilização dos esquemas. É de notar, até que este período entre a representação icónica

e a utilização da linguagem simbólica é, normalmente, bastante longo. Muitas vezes já não utilizam habitualmente os desenhos, mas recorrem a eles perante um problema que lhes ofereça maior dificuldade.

Exemplo: No quintal da Rita há várias árvores de fruto. Ela contou-as. Havia 10 pereiras e 5 macieiras.

Quantas árvores de fruto há no quintal da Rita?



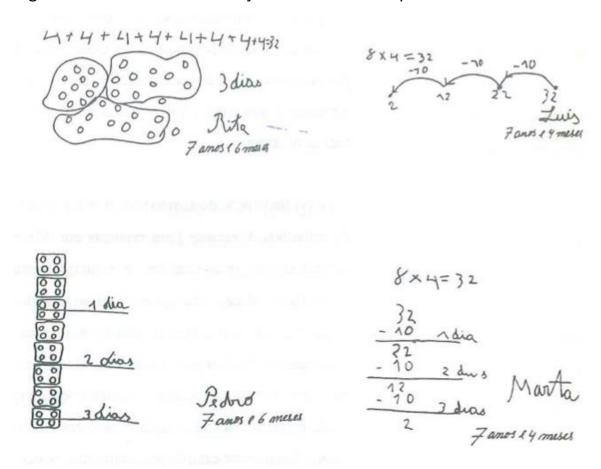
Exemplo (situação problemática resolvida por crianças do 2.º ano de escolaridade, terceiro período)

O meu padeiro – diz o Carlos – deixou de vir vender o pão à nossa porta.
Para não ter de ir todos os dias à padaria, a mãe, na segunda-feira, comprou
8 embalagens de pães de leite e meteu-as no frigorífico. Cada embalagem tem 4 pães.



Todos os dias se comem lá em casa 10 pães. Para quantos dias chegaram os que a minha mãe comprou?

Algumas formas como as crianças resolveram este problema:



Se, de facto, queremos desenvolver o raciocínio das crianças e aproveitar todas as suas capacidades nesse domínio, nada melhor do que estimular a utilização de desenhos ou esquemas, como base do raciocínio.

As estratégias próprias de cada fase - estratégia de ação, estratégia icónica e estratégia simbólica – devem estar sempre disponíveis, isto é, a criança deve poder recorrer a qualquer delas, para resolver um problema, se for essa a sua opção no momento. Não deve, de igual modo, obrigar-se uma criança que está ainda numa determinada fase, a passar à fase seguinte. Ela

o fará quando tiver maturidade para isso. Não há o perigo de permanecer numa fase um tempo superior aquele que necessita, porque toda a criança tem necessidade de eficácia e economia de esforço. Os primeiros modelos a que recorrem são, invariavelmente, os mais trabalhosos e demoram mais tempo a executar.

A criança procura, por essa razão, utilizar o modelo seguinte, por vezes até, antes de ser capaz de o fazer, pelo que terá de ser o professor a pedir-lhe que utilize o anterior menos abstrato.

A individualização do ensino não só se faz através da utilização de trabalhos diferentes para crianças em diferentes fases de aprendizagem, mas também, e principalmente, através da possibilidade de cada criança recorrer ao modelo que está mais de acordo com o seu grau de desenvolvimento. E é a própria criança quem melhor sabe o que no momento é capaz de utilizar para efetuar um raciocínio com maior segurança.

O não respeito pelo que acabámos de dizer é uma das principais causas do aparecimento de procedimentos pouco racionais, tais como o de tentar "adivinhar" a operação com que se resolve determinada situação problemática. Todos conhecem casos de crianças que, perante a necessidade de resolver um problema, começam por alvitrar: "é de mais", "é de vezes", etc. sem qualquer lógica. Obrigada a fazer uma escolha (a de determinada operação) para a qual ela não tem ainda capacidade, defendese tentando adivinhar. Note-se que, enquanto só conhece duas operações (adição e subtração) a probabilidade de acertar já é de 50%, aumentando com o uso de mnemónicas, (tais como "se se pretende que o resultado seja maior do que cada um dos dados, soma-se") e com a introdução no enunciado de termos como "tirar", "juntar", "distribuir", "menos", "mais",

etc. que utilizadas sistematicamente, conduzem à operação. E, a partir de certa altura temos a criança tão viciada em subterfúgios destes, que já não raciocina e é muito difícil ajudá-la a fazê-lo.

As outras razões do aparecimento de procedimentos pouco racionais serão desenvolvidas adiante, mas podemos desde já apontá-las:

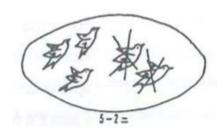
- uma é o facto de o algoritmo (conta) aparecer habitualmente antes de estar compreendido o conceito da operação;
- -outra, o facto de, durante demasiado tempo, as crianças serem solicitadas a resolver apenas problemas com uma só operação.

Parece-nos importante ainda referir que, quanto mais diversificadas forem as situações problemáticas de determinada operação que se coloquem à criança, mais vasta será a compreensão do conceito dessa operação. É igualmente importante referir que não podemos considerar compreendido o conceito de uma operação, sem que a criança seja capaz de detetar a estrutura dessa operação tanto em situações problemáticas que lhe são propostas oralmente, como sobre a forma escrita.

Note-se, no entanto, que não é possível trabalhar problemas apresentados sob a forma escrita, enquanto a criança não dominar suficientemente a leitura. As fichas que propõem as situações problemáticas com a ajuda de desenhos destinados a crianças que ainda não sabem ler (minimamente bem) não são, portanto, aconselháveis. Em Matemática, os problemas não podem ser ambíguos, mas sim propostos com rigor. Por essa razão só os esquemas próprios da linguagem matemática devem ser utilizados. E acontece até que, nessas fichas, por vezes, para além do desenho, indicase também a operação a efetuar e pede-se apenas o resultado. Ora o que

se pretende, exatamente, nesta fase, é que a criança escolha a operação. Se esta for proposta, o trabalho mais importante para a criança não é realizado por ela.

Exemplo:



Deve-se estimular os pequenos alunos a trazerem para as aulas situações problemáticas da sua vida extraescolar e também é pedagogicamente conveniente pedir-lhes que inventem situações problemáticas que se possam resolver através de uma dada expressão matemática ou, mais simplesmente, que inventem um problema de adição, ou de multiplicação, por exemplo. Isto ajuda a criança a dominar com maior facilidade o conceito dessas operações e ajuda-nos a nós a perceber qual o seu grau de facilidade nesse domínio. No entanto não se deve usar na sala de aula só problemas inventados pelos alunos, nem sequer predominantemente estes. O professor sabe melhor os que interessam em determinada fase da aprendizagem.

2.ª Etapa

Desenvolvimento do Raciocínio Operatório

Logo que a criança compreenda o conceito de uma operação, deve ser solicitada a resolver problemas que envolvam essa operação e as outras anteriormente estudadas. É o momento ótimo para o fazer. Isto dar-lhe-á

uma grande ginástica mental e evita que ela pense que, resolver um problema, é apenas fazer uma conta com todos os dados que a situação problemática apresenta.

Assim, muito tempo antes de lhe pedirmos para construir o primeiro algoritmo (conta), devemos pedir-lhe que resolva situações problemáticas que envolvam vários raciocínios.

Desenvolvimento do Cálculo Mental

O cálculo mental começa a desenvolver-se através da resolução de problemas e só depois de construído o conceito da operação se deve recorrer a outros exercícios que ajudam a desenvolver essa forma de cálculo.

É, de igual modo, importante desenvolver o cálculo mental antes do aparecimento do algoritmo. Isto por duas razões:

- Porque ele ajuda muito mais a desenvolver o raciocínio do que o algoritmo mecanizado.
- Porque ele deve preparar a construção do próprio algoritmo, como veremos com mais pormenor, quando tratarmos das várias operações.

Há uma grande diversidade de exercícios e jogos que ajudam a desenvolver o cálculo mental, para além dos cálculos envolvidos na resolução de situações problemáticas. Deixaremos aqui apenas dois exemplos, mas esperamos referir muito mais nos textos dedicados às diferentes operações.

1.º Exemplo

Exercício

A seta -.-.> está a dizer +7.

A seta ---> está a dizer -3.

Completa os cálculos.

O que diz a seta --->?

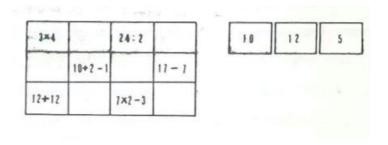


Nota: Este exercício deve ser feito com setas coloridas.

2.º Exemplo

Jogo

Loto com várias operações. Eis um cartão e algumas peças:



Estudo de algumas propriedades das operações

É importante que este estudo se realize. Quanto melhor se conhece uma operação, melhor se trabalha com ela. Pode fazer-se de uma forma muito prática, a partir da utilização da propriedade que se quer estudar. Vejamos como foi discutida a propriedade comutativa da adição, numa turma de crianças do 3.º ano, no 2.º período.

Havia sido proposto às crianças que resolvessem determinada situação problemática, que envolvia a adição de 12 com 59. Depois de a resolverem, individualmente, foi pedido a um aluno que mostrasse à turma a forma como tinha procedido, para ser discutida. Ele escreveu no quadro: 12 + 59 = 71

Perguntou-se então quem tinha seguido outro caminho e levantou-se uma criança que disse:

- Eu fiz nove mais doze.

E logo várias crianças disseram:

- Mas isso é a mesma coisa!

Escreveu-se no quadro: 59 + 12 = 71

A discussão estava levantada!

As crianças chegaram à conclusão de que, realmente 12 + 59 é o mesmo que 59 + 12.

Será que isto acontece com outros números? – perguntou a professora.

As crianças experimentaram e chegaram à conclusão de que, na adição, se pode trocar a ordem das parcelas, sem que o resultado se altere. Conclusão a que, aliás, chegaram sem dificuldade.

Passou-se depois à subtração e após algumas hesitações, os pequenitos resolveram experimentar com um par

$$15 - 5 = 10$$

$$15 - 5 = 5 - 15$$

$$5 - 15 = ?$$

E concluíram que aqui não é possível trocar o aditivo com o subtrativo, sem alterar o resto.

A pesquisa continuou com as outras duas operações conhecidas: a multiplicação e a divisão. Chegou-se até a discutir que existem atividades

da nossa vida diária cuja ordem se pode alterar (vestir a camisola e vestir a saia) e outras cuja ordem não se pode trocar (calçar as meias e calçar as botas).

3.ª Etapa

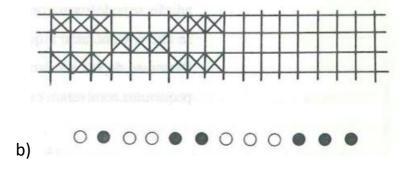
Generalidades sobre Algoritmos

O estudo do algoritmo de cálculo (conta) é a última etapa da aprendizagem de uma operação. Só assim as crianças podem compreender esta técnica de cálculo.

Um algoritmo é um conjunto de regras que permitem resolver uma classe de problemas.

Exemplos de algoritmos

- 1.º Uma receita de bolo
- 2.º Um motivo para uma barra de "crochet" de um lençol ou uma amostra para fazer quadrados para uma colcha igualmente de "crochet".
- 3.º O motivo que se repete num papel de parede conjunto de desenhos com determinada estruturação espacial.
- 4.º Exercícios de pré-primária ou do 1.º ano de escolaridade.
- a) Folha de papel quadriculado que começou a ser preenchida segundo um modelo para ser completado pela criança.



5.º - Exercícios de ritmo musical

a) Bater palmas em grupos de 3.

b) Bater pratos em grupos de 2.

c) Tocar.



6.º - Exercícios de ritmo em educação física, movimentos rítmicos de corpo (levantar braços, baixar braços, por exemplo) ou exercícios coletivos (por exemplo: um aluno virado para a esquerda, um para a direita, uma para a esquerda, um para a direita, ...)

Chamam-se algoritmos repetitivos aqueles que apenas repetem um motivo, como os exemplos que acabámos de dar, exceto o 4.º b).

Chamam-se algoritmos recursivos aqueles cuja regra tem que ser encontrada, para se poder prosseguir na sua aplicação, visto que não repetem pura e simplesmente um motivo.

Exemplo: o exemplo 4.º b)

Dizem-se algoritmos equivalentes aqueles que, para o mesmo tipo de problemas e para os mesmos dados, dão o mesmo resultado.

Exemplos:

1.º - Algoritmo da numeração:

- escrita de um número no sistema árabe de numeração, base dez.

- escrita do mesmo número em numeração romana.

2.º - Algoritmo de subtração:

- algoritmo tradicional (baseado na invariância do resto)

32

- 18

14

Algoritmos de uma operação

Um algoritmo de uma operação é um conjunto de regras, incluindo uma determinada disposição do cálculo, que permite obter o resultado dessa operação.

Os algoritmos que hoje utilizamos surgiram com a invenção do sistema indo-árabe de numeração e só são possíveis nesse sistema. A criança deve construí-los partindo, precisamente, dum bom conhecimento desse sistema de numeração - condição indispensável a essa construção.

Mas existem outras condições, que dizem respeito à própria operação, e são:

- boa compreensão dessa operação, com a correspondente facilidade de resolver problemas que a envolvam.

- bom cálculo mental.

São estas as razões que nos levam a aconselhar o aparecimento do algoritmo só na 3º etapa do estudo de uma operação. Existe uma outra razão, já citada por nós, que é o facto de o conhecimento mecânico de conta não favorecer a compreensão de operação, o desenvolvimento do raciocínio operatório e, especialmente, o cálculo mental relativo a essa operação.

Os algoritmos das operações não devem começar por aparecer em formas particulares, simplificadas, como por exemplo

5

+ 3

8

Mas, logo no início, em formas que, sem serem demasiado complexas, realcem toda a sua estrutura.

Exemplo:

23

+ 14

37

15

+ 27

42

ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO

Construção do Conceito da Adição

O conceito de adição é o mais simples de trabalhar a nível do 1.º Ciclo, porque ele está implícito no conceito de número. Para além disso é uma operação com apenas um sentido. Consideramos como *sentido* de uma operação o tipo de ação que lhe corresponde. No caso da adição é a *ação de juntar ou reunir*.

Apesar de simples, deve prestar-se-lhe a devida atenção, porque essa operação está na base das outras três.

Uma das principais preocupações deve ser a de construir um conceito o mais lato possível. Interessa, por essa razão, utilizar problemas em que esta operação apareça em contextos diferentes, com diversas significações.

Na página seguinte apresentam-se alguns exemplos:

Exemplo 1

O Luís faz coleção de selos. Tem 43 de Cabo Verde, 9 de Espanha, 22 de Portugal, 7 da Alemanha, 4 de França e 1 de Moçambique. Quantos selos tem o Luís?

Exemplo 2

O Pedro comeu já 13 bombons da caixa que lhe deram e ainda tem 23. Quantos bombons tem a caixa?

Exemplo 3

A Ana tem 7 anos. Quantos terá daqui a 8 anos?

Exemplo 4

O Senhor Joaquim foi à caça e à noite chegou a casa muito cansado. Tinha andado muito. Pôs-se a fazer as contas aos quilómetros andados: 13 km de casa à Lagoa dos Patos, depois 5 km ao pinhal do Carriço, 7 km à quinta dos Cedros e finalmente mais 9 km de regresso a casa.

Quantos "kms" terá ele andado, ao todo, nesse dia?

CONSTRUÇÃO DO CONCEITO DA SUBTRAÇÃO

A construção do conceito da subtração não é tão simples como o da adição, porque enquanto esta possui um só sentido (juntar), para aquela existem 3 sentidos (tirar, comparar e completar). Isto não significa que eles se

trabalhem separada e sistematicamente. O importante é tê-los presentes no nosso espírito quando procuramos diversificar os problemas.

Eis alguns exemplos:

A. Tirar

Para o passeio que o Pedro foi fazer, a mãe arranjou-lhe dois pães e nove biscoitos. Quando o Pedro chegou, ela perguntou-lhe se tinha comido tudo, ao que ele respondeu que tinha comido quase tudo e entregou-lhe o saquinho com os restos, onde havia ainda dois biscoitos. Supondo que o Pedro comeu o que ali faltava, quantos biscoitos comeu ele?

B. Completar

A caderneta de cromos da Ana tem lugar para 432 cromos. A Ana acabou agora de colar os que tinha e contou-os. Tinha 147.

Quantos cromos lhe faltam para completar a coleção?

C. Comparar

Na aula da Cristina há 15 rapazes e 9 raparigas.

Quantos rapazes há a mais do que raparigas?

A diferença entre o número de rapazes e o das raparigas é o número de rapazes que não correspondem a nenhuma rapariga.

Exemplo de uma Sequência de Aprendizagem

Com a finalidade de tornar mais claro o que até aqui ficou dito, apresentamos resumidamente uma sequência de atividades promovidas no intuito de estimular a aprendizagem da resolução de problemas e, simultaneamente, dos conceitos da adição e da subtração.

Pelo início do segundo mês do primeiro trimestre do 1º ano de escolaridade, as crianças são confrontadas com as primeiras situações problemáticas verbais. Trata-se de questões muito simples, de início só de adição, sem que professor lhes ensine como resolvê-las.

Envolvem objetos que todos os alunos possuem: cadernos, livros, lápis, berlindes, etc. Quando, pouco tempo depois, passarem a referir seres não presentes, embora pertencentes ao universo das crianças, é colocado à sua disposição material de concretização com o qual podem representar os objetos e a ação referidos no problema. Os alunos são livres de utilizarem ou não o material. Se, no entanto, não conseguirem resolver corretamente o problema, é-lhes sugerido que verifiquem o processo, concretizando a situação.

Quando não utilizam o material e encontram mentalmente a solução correta, é-lhes pedido que façam um desenho que explique como resolveram o problema, sem fornecer qualquer sugestão de como o podem fazer.

Esta proposta é feita com o objetivo de ajudar a criança a:

- aprender a expressar de maneira informal o seu raciocínio;
- compreender que o processo utilizado na resolução do problema é tão importante ou mais do que o resultado obtido e por tal razão importa comunicá-lo;
- adquirir esquemas de apoio ao raciocínio operatório;

- facilitar o acesso a formas simbólicas de expressão do conhecimento (Bruner).

A utilização da expressão verbal em tais casos, para além de se tornar impraticável em turmas numerosas, não permite atingir todos os objetivos assinalados. É, portanto, apenas solicitado às crianças que, após terem efetuado o problema, se desloquem ao quadro para apresentar às outras os seus processos de resolução.

Pouco tempo depois do início desta aprendizagem, quando as crianças já demonstram grande destreza na resolução destes problemas elementares, o professor mostra como é possível expressar um raciocínio de resolução do problema através de uma expressão numérica aditiva.

Surgem assim as primeiras representações simbólicas. No entanto mantém-se a liberdade de cada criança optar pelo processo que prefere. Assim que as crianças se mostram seguras desta nova forma de expressão e demonstram ter adquirido o conceito de adição, repete-se este processo para a subtração. Desta vez é necessário ter em atenção os 3 sentidos desta nova operação.

Logo que as crianças demonstram ter adquirido o conceitos de adição e, pelo menos, um dos sentidos da subtração (normalmente o de *tirar*), sãolhes apresentadas situações que envolvem simultaneamente os dois tipos de raciocínio operatório. Isto acontece, habitualmente, no início do segundo trimestre desse mesmo ano. Há também a preocupação de confrontar as crianças com situações problemáticas que referem dados superabundantes ou insuficientes. Neste caso os dados em falta devem ser conhecidos das crianças ou fáceis de obter.

Nesta fase da escolaridade os problemas são sempre colocados oralmente, uma vez que os alunos não sabem ainda ler ou leem com dificuldade.

DESENVOLVIMENTO DO RACIOCÍNIO OPERATÓRIO

Tal como acima ficou referido, logo que as crianças tenham apreendido o conceito de duas operações, devem começar a trabalhar situações problemáticas que as envolvam a ambas.

Podem-se também propor situações em que nem todos os dados expressos sejam necessários para a resolução do problema.

Na vida real é exatamente isso que acontece. A criança aprende assim a selecionar os elementos de que necessita e não se habituará a considerar que resolver um problema é apenas fazer uma conta com todos os dados que o enunciado apresenta.

Pretende-se deste modo desenvolver o seu espírito crítico e não criar-lhe dificuldades desnecessárias, contrariamente ao que se possa imaginar.

Podem-se propor também enunciados que não contenham todos os dados essenciais à resolução do problema. As próprias crianças terão de procurar obtê-los. E evidente que há que ter cuidado para que os elementos que faltam sejam relativamente simples de encontrar.

Alguns exemplos:

Exemplo 1: No domingo à tarde, a Rosa foi ao rio, passear de barco com o tio. Foi reparando em tudo o que via:

Um cão a correr

3 casas

4 vacas a beberem água

1 carro

7 cabrinhas a pastar

1 burro

Quando chegou a casa a Rosa disse:

- Mãezinha, eu vi...animais.

Completa a frase da Rosa.

Exemplo 2: Os alunos da turma da Luísa vão fazer uma festinha no ginásio, cantando e representando para os outros meninos da escola. Um grupo de três foi saber quantos meninos havia em cada classe e anotou:

Sala 1 – 23 alunos

Sala 2 – 21 alunos

Sala 3 – 27 alunos

Sala 4 – 19 alunos

Sala 5 – 18 alunos

Contaram as cadeiras do ginásio – tinha 100 cadeiras.

Não chegavam para todos os alunos e professores das cinco classes. Concluíram que seria necessário transportar ... cadeiras.

Nota: Aqui o número de professores não se encontra expresso, mas está implícito, uma vez que, se nada se diz em contrário, cada turma do 1.º Ciclo terá um professor.

DESENVOLVIMENTO DO CÁLCULO MENTAL

Na construção do conceito da operação a criança resolve problemas com recurso ao cálculo mental. Só após esta construção se devem utilizar outros tipos de exercícios e jogos.

O cálculo mental pode desenvolver-se através de:

- resolução de situações problemáticas
- diversos tipos de exercícios escritos;
- jogos

Situações Problemáticas

Para resolver as situações problemáticas, as crianças recorrem muitas vezes ao cálculo mental, especialmente enquanto não conhecem os algoritmos. E mesmo depois disso, devem ser livres de resolver os problemas sem recorrer a eles, utilizando, portanto, apenas o cálculo mental. Devem, no entanto, indicar sempre os cálculos (só indicação das operações sem algoritmos), o que irá ajudar as crianças a consciencializarem os raciocínios feitos.

Exercícios Diversos

Para lá da resolução de problemas, há outros tipos de exercícios que beneficiam bastante o cálculo mental. Devem ser variados para que despertem o interesse das crianças.

De uma forma geral, e ao contrário das situações problemáticas, estes exercícios podem ser propostos sob a forma de fichas, mesmo no 1.º ano de escolaridade, porque não necessitam quase de enunciados verbais. Aconselha-se, no entanto, a que essas fichas não sejam apresentadas a

crianças que têm ainda dificuldades na leitura, sem que outras do mesmo tipo tenham já sido previamente trabalhadas na sala de aula. Desta forma, essas crianças percebem com clareza o que se pretende, mesmo sem a leitura do enunciado, uma vez que os trabalhos nela propostos já lhe são familiares.

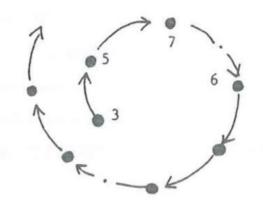
Aqui ficam algumas sugestões que os professores podem aproveitar como entenderem, variando os números, modificando os exercícios ou criando outros a partir destes.

• Diagramas sagitais

A seta ----> está a dizer "+2"

A seta -----> está a dizer "-1"

Completa o diagrama

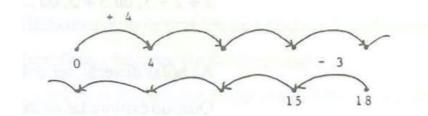


As setas devem ser desenhadas utilizando a cor como convenção e não o tipo de traço.

Deve deixar-se as crianças prolongarem o exercício até onde o desejarem. As mais lentas ou com dificuldades, pouco mais quererão fazer, mas as mais rápidas e que dominam melhor o número e as operações terão um grande prazer de ir até muito longe. É mais uma forma de individualização do ensino, utilizando o mesmo exercício para todos. É ainda uma forma de

avaliação porque o professor fica a saber o que cada um é capaz de fazer neste domínio.

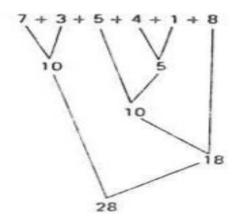
• "Salto do Coelho" (variante do exercício anterior)



Neste tipo de exercício joga-se apenas com uma seta.

É um trabalho bastante bom para preparar a multiplicação a partir da adição e a divisão da subtração.

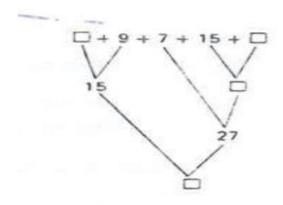
• Utilização de árvores de cálculo



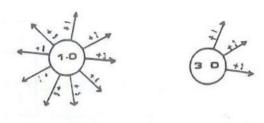
Damos aqui o exemplo destas árvores de cálculo, mas aconselhamos a que se se dê liberdade à criança para construir a que desejar, a partir de determinada expressão aditiva.

No entanto seria interessante que se discutisse na classe a vantagem de adicionar primeiro os pares cuja soma é 10 ou 20 ou 30 ou..., aproveitando por exemplo, a descoberta desse facto por uma criança.

Preenchimento de espaços em branco numa árvore de cálculo



• Exercícios que ajudam a estruturar o sistema de numeração, utilizando a adição



As setas também aqui devem ser coloridas.

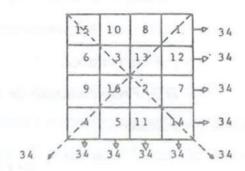
• Expressões Numéricas

$$13 + 22 + 4 + 18 =$$
 $17 + 25 - 14 =$
 $20 - (7+8) =$

• Pequenas Equações

$$26 + \boxed{} = 45$$
 $\boxed{} - 13 = 21$
 $52 - \boxed{} = 19$

Quadrados Mágicos



É uma disposição de números num quadrado, de tal forma que, adicionando os de uma mesma linha, ou de uma mesma coluna, ou de uma mesma diagonal, o resultado é sempre o mesmo.

Podem explorar-se de várias maneiras, tais como:

- verificar se um determinado quadrado é mágico
- completar quadrados mágicos

4		
	5	
8		6

• Construção e exploração de tábuas

Completa a seguinte tábua

+	0	3	7	12
1				
5		8		
8				

Sugestões para a exploração de uma tábua de Pitágoras da adição

•	1	2	3	4	5	6	7	В	9	10	1.1
1	,2'	X	14'	5	6	7	8	9	10	11	12
2	1	1.6"	5	6	7	В	9	10	11	12	13
3	. "	5	6	7	В	9	10	ur	12	13	14
4	5	6	7	8	9	10	1,1'	12	13	14	15
5	6	7	8	9	10	12'	12	13	14	15	16
6	7	В	9	10	ı,r'	12	13	14	15	16	17
7	8	9	10	u	12	13	14	15	16	17	18
8	9	10	1).	1 2	13	14	15	16	17	18	19
9	10	1,1	12	13	1 4	15	16	17	18	19	20
0	1,1	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21

Quais os pares que podem corresponder à soma de 4?

Para responder a este tipo de questões, em que, dada uma soma, se pretende encontrar todos os pares de parcelas que lhe correspondem,

pode recorrer-se à tábua de Pitágora os pares.

1		10
2		9
3		8
4		7

Quantos pares podem corresponder à soma 2?

Quantos pares podem corresponder à soma 3?

Quantos pares podem corresponder à soma 4?

Quantos pares podem corresponder à soma 11?

• Exercícios que trabalham relações numéricas

I.1. Descobre a relação e continua



I.2. Completa

O que diz a seta ->?

E a seta
$$\rightarrow$$
?

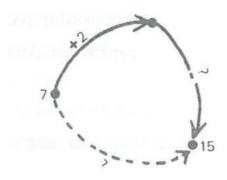
$$3 \longrightarrow 6 \longrightarrow 9 \longrightarrow 12 \longrightarrow$$

$$14 \longrightarrow 21 \longrightarrow 28 \longrightarrow 35 \longrightarrow$$

$$30 \longrightarrow 20 \longrightarrow 10 \longrightarrow$$

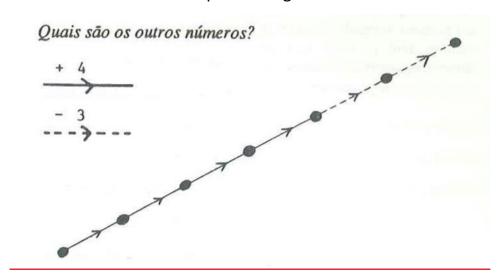
I. 4. Inventa outras setas e mostra-as aos teus amigos para que eles descubram o que elas dizem.

Adivinhas



Neste exercício pretende-se que a criança descubra dois dos operadores.

O 15 é o único número ímpar do diagrama. Onde está ele?



Coloca no desenho os seguintes números

Completa o diagrama.



JOGOS

Neste capítulo fazemos algumas sugestões de jogos que podem constituir boas ocasiões de cálculo mental.

O professor pode fabricar muitos outros (lotos, dominós ou jogos tradicionais, por exemplo), mais simples ou mais difíceis, para poder diversificar o trabalho na sala de aula, de acordo com os diversos graus de desenvolvimento dos seus alunos.

Jogos de Dados

Podem jogar duas crianças ou mais, começando por utilizar dois dados. Se os dados são da mesma cor, os números que saem adicionam-se, se cada dado é de sua cor, subtraem-se.

Cada criança lança os dados e calcula o número que lhe sai. De seguida escrevem os resultados e comparam-nos, utilizando os sinais > , < e =.

Neste mesmo jogo pode utilizar-se maior número de dados. Também se pode jogar coletivamente com a formação de equipas, com dados grandes fabricados pelo professor ou pelos alunos, nos quais inclusivamente se podem assinalar outros números em vez dos clássicos 1, 2, 3,4,5 e 6.

Moedas

Considerar as moedas de 2€, 1€, 0.50€, 0.20€ e 0.10€. Tentar encontrar de quantas maneiras diferentes é possível reunir, por exemplo, 7.50€.

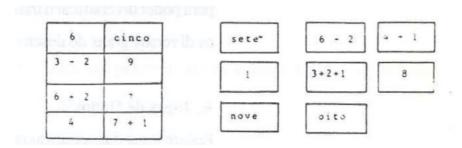
Poderá arranjar uma variante deste jogo pedindo às crianças para fazerem o troco de determinada quantia.

Jogos de Loto

Cada jogo compõe-se de alguns cartões grandes com oito casas, nas quais estão escritos de diversas formas, oito números. Para cada cartão grande,

existem oito pequenos cartões, contendo designações diferentes desses mesmos números.

Exemplo de um cartão que foi utilizado com crianças do 1º ano, 1º fase, no segundo período:



As regras de jogo podem ser as habituais para o loto: cada criança possui um cartão grande; uma outra, que conduz o jogo, tem, num saco opaco, os cartões pequenos correspondentes a todos os grandes.

Depois de os misturar bem, esta última criança vai retirando os cartões pequenos um a um e lendo em voz alta o que contêm escrito. Ganha quem primeiro preencher o seu cartão grande.

• Jogo de Estafetas

Para este jogo não é necessário material específico.

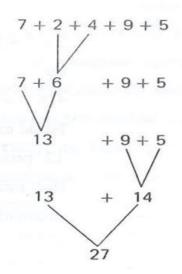
Divide-se a classe em grupos e dá-se a cada um uma folha contendo uma expressão aditiva.

Em cada grupo, o primeiro aluno a jogar deve copiar a expressão dada e dobrar a folha de modo a esconder a expressão original. De seguida passa-a a outro, que repete o processo escondendo a expressão aditiva anterior e passa a um terceiro e assim sucessivamente até encontrarem a representação canónica, isto é, a forma mais curta de representar o número correspondente àquela soma.

A expressão aditiva principal é igual para todas as equipas.

Ganha a que primeiro acabar (que tenha acertado no resultado, obviamente).

Para acelerar o processo, dá-se a cada aluno o direito de adicionar dois pares de números, mas apenas dois.



MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO

A multiplicação tem 2 sentidos: o aditivo e o combinatório. Neste texto vamos apenas referimo-nos ao primeiro que é o mais comum e mais importante dos dois.

O estudo da multiplicação, sentido aditivo, tal como o das restantes operações, deve seguir as etapas do esquema do início deste Capítulo. Assim, a primeira preocupação deve residir na construção do conceito da operação. Mas porque a multiplicação equivale a uma adição de parcelas iguais, o conceito desta operação é um subconjunto do conceito da adição. Por outras palavras, todos os problemas de multiplicação se podem resolver através de uma adição, mas nem todos os problemas de adição se podem resolver através de uma multiplicação, só os que envolvem parcelas todas iguais. Este facto faz com que as crianças tenham alguma dificuldade em distinguir com clareza as duas operações.

É então necessário construir com grande cuidado o conceito da multiplicação. A principal dificuldade que se levanta reside no facto de que, tanto nos problemas de adição como nos de multiplicação se falar de reunir, juntar, objetos. Este facto induz no espírito da criança alguma confusão. Por tal razão o conceito da multiplicação deve ser construído lenta e cuidadosamente de forma a evitar que persista qualquer dúvida no espírito dos nossos pequenos alunos.

Como podemos então ajudar os nossos pequenos alunos a construírem com segurança o conceito de multiplicação? Tal como acontece com as

restantes operações aritméticas a metodologia a seguir deverá partir da resolução de problemas.

De início, irão resolvê-las por recurso a estratégias de ação (manuseando objetos), ou estratégias icónicas (fazendo desenhos), ou ainda através de expressões aditivas.

Uma das dificuldades iniciais sentidas por muitas crianças reside na tentativa de resolverem um problema de multiplicação adicionando o multiplicador ao multiplicando.

Ex.: O Luís comprou 5 carteirinhas de cromos. Em cada carteira havia 3 cromos. Quantos cromos comprou o Luís?

Dados:

3

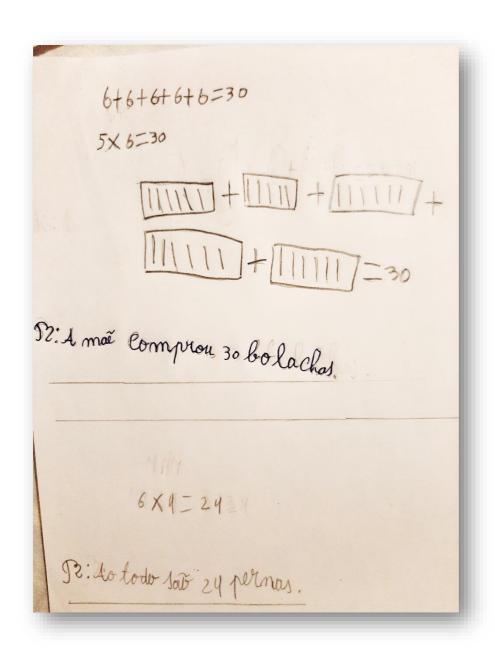
Uma explicação que ousamos avançar é a de que a criança sabe que a uma situação de reunir se resolve por meio de uma adição e, até ao momento, toda a sua experiência se relaciona com a adição dos dados expressos no problema. Uma forma de a ajudar a ultrapassar esta dificuldade será a de a estimular a recorrer à representação da situação através de material ou do desenho. Este procedimento é normalmente o suficiente para que abandone a primeira expressão e encontre um processo correto.

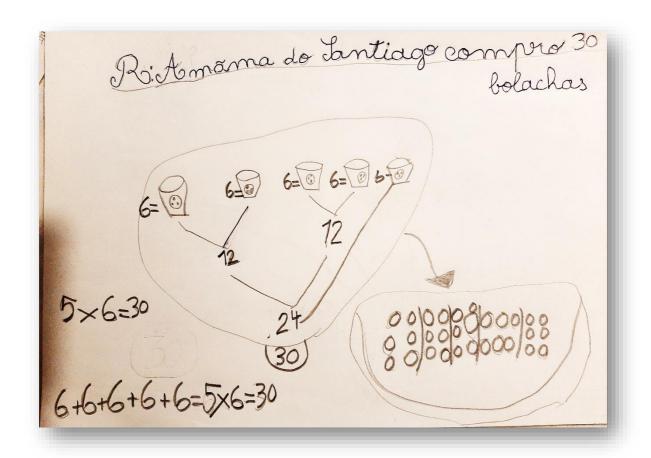
Durante algum tempo devemos permitir que as crianças resolvam os problemas de multiplicação pelos três processos a que acima nos referimos: estratégias de ação, estratégias icónicas e expressões aditivas de parcelas iguais.

Exemplo 1: A mãe do Santiago comprou 5 pacotes de bolachas e em cada pacote vinham 6 bolachas.

Quantas bolachas comprou a mãe do Santiago?

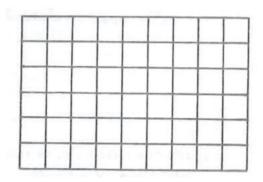
Exemplo 2 (na mesma página do caderno do primeiro aluno): Quantos pernas têm 6 cães?





Estas crianças revelam já um bom domínio da multiplicação e, no entanto, recorrem ainda a estratégias icónicas. Este facto é muito importante para o desenvolvimento do seu raciocínio.

Interessa aqui referir os problemas e exercícios com distribuições retangulares, na medida em que ajudam a realçar a estrutura multiplicativa. Podemos observar distribuições retangulares constantemente à nossa volta: o pavimento de uma sala de aula de chão retangular recoberto por ladrilhos quadrangulares,



a distribuição dos espaços para armazenamento das garrafas numa grade, uma embalagem de ovos, etc. Assim, ao calcularmos o número de garrafas de cerveja que é possível colocar numa grade, a multiplicação surge de modo muito natural: $3 \times 4 = 12$ ou $4 \times 3 = 12$.

Também a propriedade comutativa ressalta com facilidade deste trabalho com distribuições retangulares.

Note-se, no entanto, que a multiplicação só surge como operação autónoma na mente da criança quando esta começa a conhecer de cor um número significativo de produtos. Só nesse momento ela compreende verdadeiramente a vantagem desta operação sobre a adição, especialmente quando o número de parcelas começa a ser relativamente elevado. Este facto prende-se intimamente com o desenvolvimento do cálculo mental.

Importa finalmente repetir que a construção do conceito da multiplicação deve ser feita lenta e cuidadosamente, podendo demorar muitos meses a consolidar.

Cálculo Mental

De início, o cálculo mental dos produtos é feito com base na adição. Assim,

o produto de 3 x 4 é calculado mentalmente pela criança como 4 + 4 + 4.

Para se passar desta forma mental de cálculo para uma outra,

genuinamente multiplicativa, muitos **exercícios** devem ser efetuados pelas

crianças. Quase todos os que indicámos para a adição podem ser aplicados

à multiplicação.

Alguns deles são mesmo especialmente úteis neste domínio, como é o caso

das contagens de 2 em 2, 3 em 3, etc. e do "salto do coelho".

Um exercício muito útil para ajudar as crianças a distinguirem as situações

de multiplicação é a transformação de expressões aditivas em

multiplicativas.

Ex.: Transforma em expressões multiplicativas as expressões aditivas que

puderem ser transformadas:

4+4+4+4=5x4

7+7+17=

5+5+2+5=

Também no domínio dos jogos podemos encontrar alguns com interesse

para o desenvolvimento do cálculo mental de produtos.

Aqui fica um exemplo:

Jogo do Salto:

Pode jogar-se tendo um qualquer número como central.

Vamos exemplificar com o número 3;

68

Cada criança diz em voz alta um número da série numérica. Não pode, no entanto, pronunciar qualquer múltiplo de três nem qualquer número que no seu numeral contenha o algarismo três.

Em vez desses números, diz a palavra "salta".

Por exemplo:

1,2, salta, 4, 5, salta, 7, 8, salta, 10, 11, salta, salta, 14, salta, 16, 17, salta, 19, 20, salta, 22, salta, salta, 25, 26, salta, 28, 29, salta, salta,

Cada criança que se engana, sai do jogo.

Pode jogar-se com toda a turma ao mesmo tempo ou em grupos pequenos. Mas, porque é importante que as crianças decorem a tabuada da multiplicação, é necessário que efetuem um trabalho mais sistematizado no qual tenham de construir, elas próprias, cada uma das tabuadas antes de a decorarem.

Ex:

0x3=0

1x3=3 ...

2x3=6

3x3=9

4x3=12

5x3=15

As tabuadas da multiplicação devem ser construídas e decoradas por ordem do seu grau de dificuldade. Uma ordem possível é a seguinte: 2, 5, 10, 0, 1, 3, 4, 6, 9, 8, 7.

Todo este trabalho mais sistemático com as tabuadas só deve ser efetuado quando as crianças já reconhecem a multiplicação como operação, isto é,

quando já construíram o seu conceito, embora o cálculo mental ainda se possa fazer, na maioria dos casos, por recurso à adição.

DIVISÃO

A divisão está intimamente relacionada com as três operações já estudadas. Este facto deve ser aproveitado para, por um lado desenvolver o raciocínio operatório das crianças e a criatividade na resolução de problemas e por outro permitir uma construção do conceito de divisão bem alicerçado na sua relação com as outras operações.

Assim, a divisão só deve ser conhecida pelas crianças, enquanto operação, depois delas se mostrarem capazes de resolver problemas com ela relacionados por recurso a raciocínios de tipo aditivo, subtrativo e multiplicativo.

São dois os sentidos da divisão: divisão partilha equitativa e divisão medida ou conteúdo.

Na divisão partilha equitativa conhecemos o número cardinal do universo e o número de conjuntos equipotentes que queremos formar; não conhecemos o número cardinal desses conjuntos.

Exemplo: A avó distribuiu um pacote com 12 bombons pelos 3 netos. Quantos bombons deu a cada neto?

Na divisão medida ou conteúdo conhecemos o número cardinal do universo e o número cardinal de cada conjunto que queremos formar; não conhecemos o número de conjuntos.

Exemplo: O pai do Filipe comprou-lhe uma estante para ele arrumar os livros. O Filipe tinha muitos livros: 63. Se ele colocar 10 em cada prateleira, quantas prateleiras vai ele encher?

Por alguma razão, é mais habitual usar a divisão partilha equitativa do que a divisão conteúdo/medida. No entanto, é pedagogicamente mais fácil trabalhar com a divisão medida quando se inicia a construção do conceito desta operação, talvez porque o modelo icónico é mais evidente do que na divisão partilha equitativa.

A divisão relaciona-se com as três restantes operações aritméticas elementares:

- no que respeita à subtração a relação reside no facto de que a divisão corresponde à subtração sucessiva de uma mesma quantidade (divisor) de uma outra (dividendo), até esgotar essa possibilidade. A quantidade que resta após o processo de subtrações sucessivas chamamos resto. Ao número de vezes que o divisor é subtraído do dividendo chamamos quociente;
- no que respeita à multiplicação, a divisão é a operação inversa desta operação;
- relativamente à adição, esta surge através da multiplicação, pela relação existente entre estas duas últimas operações.

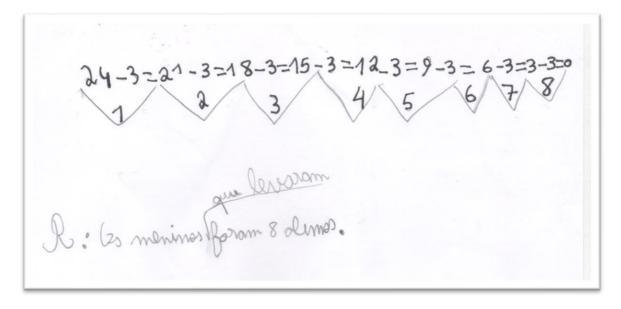
As relações que acabámos de referir abrem uma possibilidade que, metodologicamente, se revela de grande interesse. Referimo-nos ao facto de ser possível resolver um problema de divisão por recurso a uma das

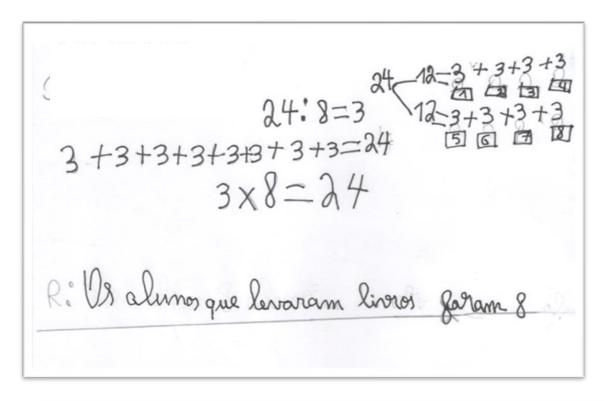
outras três operações. Este facto deve ser aproveitado para, por um lado desenvolver o raciocínio operatório das crianças e a criatividade na resolução de problemas e por outro permitir uma construção do conceito bem alicerçada na sua relação com as outras operações.

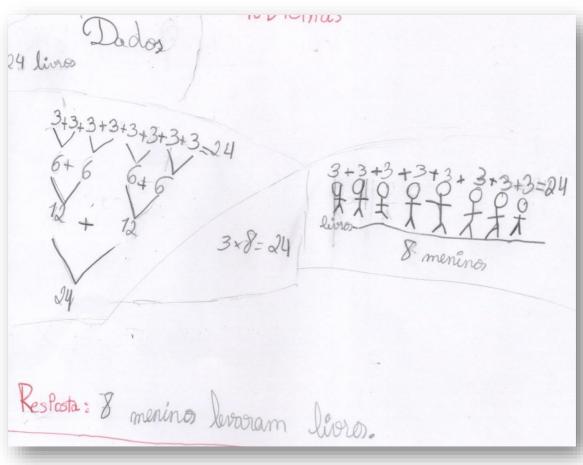
Desta forma propomos que a metodologia da construção do conceito desta operação se processe através da resolução de problemas, deixando à criança a liberdade de recorrer a uma estratégia de ação, uma estratégia icónica ou uma simbólica aditiva, subtrativa ou multiplicativa. Só quando as crianças resolvem com facilidade os referidos problemas através de pelo menos, uma dessas estratégias, se deve apresentar a divisão como uma nova operação.

Vejamos alguns processos utilizados por alunos do 2.º ano para resolverem um problema de divisão medida.

Exemplo: Na sala da Professora Cátia há uma pequena biblioteca com 24 livros. Para as férias, a professora vai emprestar livros a algumas crianças. Se cada uma levar 3, quantas crianças conseguem levar livros?







Os exemplos que se seguem são de alunos do 3.º ano do projeto "Ensinar é Investigar".

1. No passeio à mata apanhamos 43 folhas de árvore.

Na aula colámos as folhas num caderno.

Colocámos 5 folhas em cada página.

Quantas páginas enchemos?

8x5=40



R. Enchemos 8 páginas e sobraraan 3.

A Mae comprou para e almoçe 15 maçãs e 9 peras.

Almoçaram 7 pessoas.

Se todas comeram o mesmo número de peças de fruta, quantas pode

comer cada usa?

R. Litjura es coneram 3 jeças de fruta

ALUNO M26

Isabel

8 anos 8 meses

8 Dez 3º Ano

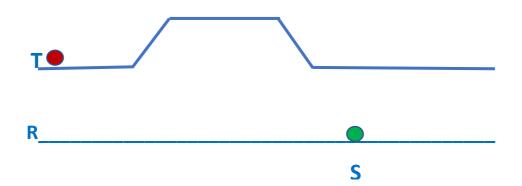
O facto das crianças do 3.º ano, conhecendo já a divisão, não a utilizarem, como nos parece que seria natural, é devido à grande liberdade que deve ser dada no conceito de cada aluno utilizar as estratégias que melhor se coadunam com a sua forma de raciocínio e maior segurança lhe dão. Só desta forma se pode conseguir que se transformem em bons resolvedores de problemas e adquiram com segurança os conceitos matemáticos.

Capítulo V. Medição de grandezas

Neste capítulo sugerem-se algumas atividades que possibilitem a aprendizagem da medição de comprimentos, capacidades e pesos. Estas atividades podem desenrolar-se ao longo dos quatro anos do 1.º Ciclo do Ensino Básico.

Medição de comprimentos

Desenha-se num pedaço de folha de papel de cenário, dois caminhos: um retilíneo e um outro poligonal.



As crianças, em grupos de três, são solicitadas a resolver o seguinte problema:

Um homem A, representado por um preguinho de cabeça verde partiu de R e percorreu uma determinada distância, tendo parado em S. Onde parará o homem B, representado por um preguinho de cabeça vermelha, que parta de T e percorra, no caminho poligonal, a mesma distância?

É possível que a maioria dos grupos resolva esse problema nivelando as abcissas ou avaliando os comprimentos só com os olhos. Se a reação geral, ou quase geral, tiver sido essa, pode realizar-se esta outra atividade:

Leva-se toda a classe para o recinto do recreio. As crianças podem encostarse todas a um muro ou parede. Pedimos a uma delas para andar em linha reta até dar dez passos. Marca-se o ponto **P** a que chegou, colocando nesse local outra criança.

Diz-se então à que percorreu o caminho, para regressar ao seu lugar junto ao muro. Sugere-se-lhe, de seguida, para voltar a encaminhar-se para o seu companheiro situado em **P** seguindo agora uma linha não reta. Pode, por exemplo, tornear um obstáculo (uma árvore, por exemplo).

A turma deve contar em voz alta os passos que ela dá. Pedimos-lhe para, ao completar o décimo, chamar a atenção para o facto. Depois prossegue até atingir a criança situada em **P**, contando sempre os passos dados.

Numa turma, em que se realizaram estas atividades, quando alguns dias depois se voltou a solicitar às crianças para resolverem o problema dos caminhos desenhados na folha de papel presa à esferovite, quase todos os grupos encontraram a solução corretamente. Lembraram-se do trabalho feito no recreio, concluindo que o homem que percorre o caminho poligonal "anda mais". Sentiram então necessidade de medir, para comparar os dois caminhos, servindo-se para isso de barrinhas de madeira (neste caso usaram barras Cuisinere). Ora este procedimento corresponde à fase final de desenvolvimento em relação à medição de comprimentos. Curiosamente, as crianças que optaram por ele, utilizaram dois tipos de barras para facilitar o "dar as curvas" no caminho poligonal, tendo, após alguma discussão, estabelecido uma correta correspondência um-a-um entre as barras utilizadas num e noutro caminho.

Foi o momento de debater em classe as conclusões dos diversos grupos. A discussão em grupo do trabalho feito pelas crianças, quer individualmente quer em pequenos grupos, reveste-se de tanto mais interesse quanto maior for a variedade de processos utilizados na busca de soluções. Terminar um trabalho com um debate deste tipo é talvez a forma mais apaixonante de adquirir conhecimentos.

Muitos outros trabalhos podem e devem ser feitos, procurando-se sempre pôr a criança a atuar.

Devem explorar-se todas as possíveis situações de medição, utilizar-se as mais variadas unidades de medida: paus, tábuas, palmos, pés, cordas de saltar, pedaços de fio, paus de giz, cabos de vassoura, etc...

É importante discutir o interesse da utilização, na mesma medição, de mais de uma unidade de medida para aumentar o rigor. Deve-se também aprender a escolher as unidades de acordo com o comprimento a avaliar. Não seria lógico medir a largura da carteira com o cabo da vassoura, nem o comprimento do corredor com palmos. É igualmente interessante estabelecer a relação entre algumas unidades de medida utilizadas.

Algum tempo depois deve iniciar-se a passagem ao sistema métrico, o que é muito simples. Basta, para isso, discutir as vantagens da sua utilização, por ser de todos conhecido e ser decimal, tal como o nosso sistema de numeração. Tomam contacto com o metro e, a partir dele, constroem o decímetro, centímetro e milímetro, por divisão em dez partes iguais. O decâmetro pode também ser construído com corda na qual se marca cada metro com um nó pintado a caneta de feltro.

Deve dar-se à criança a possibilidade de medir, medir, medir, Há mil e uma atividades em que ela o pode fazer: no fabrico de pequenas peças de

carpintaria, em jogos e desporto, no desenho da planta da sala de aula ou na construção da maqueta da escola, etc...

É ainda importante refletir sobre o perigo da introdução simultânea da décima e do decímetro (tal como da décima e do decilitro, etc.) por poder provocar a colagem dos dois conceitos, com a subsequente má compreensão de um e de outro.

Medição de capacidades

Passemos agora à medição de capacidades.

Pode-se começar por entregar à criança três pequenas vasilhas de formatos diferentes e pedir-lhe que nos indique qual delas leva mais água (ou areia) e qual leva menos. Habitualmente ela começa por resolver o problema comparando as capacidades duas-a-duas, enchendo uma das vasilhas com água e despejando noutra e assim sucessivamente.

Este tipo de exercício deve começar no 1° ano de escolaridade e pode repetir-se, espaçando no tempo as experiências, aumentando e diversificando o número de vasilhas.

Normalmente, a criança começa a dar-se conta de que comparar as capacidades duas-a-duas deixa de ser eficaz quando o número de vasilhas aumenta. Ao procurar um processo melhor, acaba por descobrir que pode medir todas as vasilhas utilizando uma delas, que passa a funcionar como unidade de medida.

Certo dia, um grupo de crianças do 1° ano de escolaridade discutia sobre qual das vasilhas seria melhor para medir os conteúdos de todas as outras. Acabaram por optar pela mais pequena e, durante algum tempo, utilizaram-na, parecendo satisfeitos com esse procedimento; mais tarde, a imprecisão resultante da existência de uma só unidade de medida começou a incomodá-las.

Uma criança exclamou: "Este copo leva três medidas e um bocado e aquele frasco também. Será que levam os dois a mesma coisa, ou um leva um pouquinho mais do que o outro?" Ao tentarem resolver este problema, descobriram a utilidade de uma nova unidade de medida, menor do que a até então utilizada.

- "O copo é mais pequeno do que o frasco porque só leva três medidas redondas e uma colher e o frasco leva três medidas redondas e três colheres", concluiu a mesma criança.

Alguns dias depois, ao ser-lhes pedida a medição da capacidade de um balde grande de plástico (de aproximadamente 10 litros), tentaram fazê-lo com a "medida redonda" habitual, mas rapidamente verificaram que o trabalho se tomava bastante moroso. Resolveram então utilizar, como nova unidade de medida, uma lata, que era a maior das vasilhas com que tinham trabalhado até aquele momento.

E a experiência poderia continuar, levando eventualmente à construção de todo um sistema de unidades que elas próprias relacionariam entre si:

- A lata vale quatro medidas redondas.
- A medida redonda vale cinco colheres.

A passagem ao sistema decimal de medição de capacidades é feita com a mesma simplicidade que aconteceu com as medidas de comprimento. Podem começar por trabalhar com um número de unidades igual ao do sistema por elas criado. Se ele era, por exemplo, constituído por

lata, medida redonda e colher

podem agora adotar o litro, o decilitro e o centilitro.

Devem então estabelecer as relações existentes entre estas novas unidades e familiarizarem-se com elas através de trabalho prático suficientemente rico. Só depois disto se deve fazer a extensão a todas as unidades do sistema.

Medição de pesos

Relativamente ao trabalho com pesos, o processo pode ser em tudo idêntico aos anteriormente descritos.

Pode começar-se por fazer comparações, servindo-se das duas mãos e da balança de braços iguais (pratos suspensos ou de Roberval). Depois passase à utilização de unidades de medida, que começam por ser muito pouco rigorosas (pedras por exemplo). Pouco a pouco a escolha vai sendo mais criteriosa (tampinhas de frascos de sumo ou rodelas metálicas do ábaco) até se passar às unidades padronizadas. O ideal seria possuir caixas com vários pesos de algumas das unidades, por exemplo com quinze pesos de 1 grama, dez pesos de 1 decigrama, dez pesos de 1 centigrama e dez pesos de 1 miligrama, porque, de início, a criança, à semelhança do que fez com as caricas, pesa usando só uma das unidades (só gramas, por exemplo) até perceber que é mais simples utilizar mais do que uma unidade de medida. Assim, ela poderá descobrir que, para medir um objeto que pesa 14 decigramas, é preferível utilizar um peso de 1gr e quatro pesos de 1 decigrama em vez de catorze pesos de 1 decigrama.

Além disso, a existência de pelo menos dez pesos de cada unidade facilita o estabelecimento das relações entre elas.

Referências Bibliográficas

MATOS, J. M., SERRAZINA, M. L., 1996. *Didática da matemática*. Lisboa, Universidade Aberta.

MENDES, M. F., DELGADO, C., 2008. Geometria. Lisboa, DGIDC.

MOREIRA, D., OLIVEIRA, I. (coord), 2004. *O Jogo e a matemática*. Lisboa, Universidade Aberta.

PIRES, I. V., 1994. *Matemática: Medição de grandezas.* Setúbal, Escola Superior de Educação.